Exercice 1
Parmi cent dés cubiques, vingt-cinq sont pipés de telle sorte que la probabilité d'obtenir 6 soit $0,5$ et que les autres numéros aient la même probabilité d'apparaître. On prend un dé au hasard parmi les cent et on le lance.

1. On obtient 6. Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?
2. On obtient 2. Quelle est la probabilité que ce dé ne soit pas pipé ?

Exercice 2
Deux urnes contiennent respectivement 4 boules rouges et 3 boules vertes, 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire au hasard une boule dans la première (sans l'y remettre), puis on procède au tirage d'une deuxième boule, dans la même urne si la première boule tirée est rouge, dans l'autre urne si la première boule tirée est verte.
Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules vertes ? deux boules rouges ?

Exercice 3
On considère n urnes numérotées de 1 à n. L'urne $n°k$ contient k boules vertes et k boules rouges. On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans cette urne.
Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte lorsque
(a) $n = 3$ (b) $n \in \mathbb{N}^\times$

Exercice 4
Une compagnie aérienne étudie la réservation sur l'un de ses vols. On considère qu'une place donnée peut être dans deux états réservée ou libre. La place est libre le jour d'ouverture de la réservation et son état évolue chaque jour jusqu'à la fermeture de la réservation de la manière suivante

- Si la place est réservée le jour k, elle le sera encore le jour $k + 1$ avec la probabilité $\dfrac{9}{10}$ (pour tenir compte des annulations éventuelles).
- Si la place est libre le jour k, elle sera réservée le jour $k + 1$ avec la probabilité $\dfrac{4}{10}$.
  Pour k entier positif, on note r_k la probabilité que la place soit réservée le jour k.

1. Exprimer r_{k+1} en fonction de r_k (on utilisera le système complet d'évènements "libre au jour k" et "réservée au jour k").
2. En déduire l'expression explicite de r_k en fonction de k.
3. Calculer la limite r de cette suite quand k tend vers $+\infty$.

Exercice 5
Deux urnes U_1 et U_2 contiennent des boules blanches et noires en nombres respectifs b_1, n_1, b_2, n_2 non nuls. On effectue un premier tirage dans une urne choisie au hasard et on remet la boule obtenue dans son urne d'origine.
Si l'on obtient une boule blanche (resp. noire), le $2^{ème}$ tirage se fait dans U_1 (resp. U_2).
Au $i^{ème}$ tirage, si la boule obtenue est blanche (resp. noire), le $(i + 1)^{ème}$ tirage se fait dans U_1 (resp. U_2).
Soit B_i l'évènement : "on obtient une boule blanche au $i^{ème}$ tirage".

1. Calculer $P(B_1)$ et $P(B_2)$.
2. Exprimer $P(B_n)$ en fonction de $P(B_{n-1})$.
3. Montrer que la suite $P(B_n)$ converge et déterminer sa limie. Interprétation.

Exercice 6
Dans une bourse de valeurs, un titre donné peut monter, rester stable ou baisser. Dans un modèle mathématique, on considère que :
- le premier jour le titre est stable.
- si un jour n le titre monte, le jour $n + 1$ il montera avec la probabilité $1 - 2a$, restera stable avec la probabilité a et baissera avec la probabilité a.
- si un jour n le titre est stable, le jour $n+1$ il montera avec la probabilité a, restera stable avec la probabilité $1 - 2a$ et baissera avec la probabilité a.
- si un jour n le titre baisse, le jour $n + 1$ il montera avec la probabilité a, restera stable avec la probabilité a et baissera avec la probabilité $1 - 2a$.

On note M_n (resp. S_n, resp. B_n) l'événement " le titre donné monte (resp. reste stable, resp. baisse) le jour n ".

1. (a) Exprimer les probabilités de hausse, de stabilité, et de baisse au jour n + 1 en fonction de ces mêmes probabilités au jour n.
   (b) On pose $p_n = P(M_n)$, $q_n = P(S_n)$.
   Expliciter p_{n+1} (resp. q_{n+1}) en fonction de p_n, q_n, r_n.
   (c) Que vaut $p_n + q_n + r_n$?
   En déduire l'expression de r_n en fonction de p_n et q_n.
2. Montrer que la suite p (resp.q) est arithmético-géométrique.
   En déduire p_n, q_n puis r_n en fonction de n, p_1, q_1 et r_1.
3. Quelle est la limite de la suite p (resp. q, resp. r) ?

Dans ce modèle, faut-il faire confiance à des analyses très pointues des pros de la finance ou au bon vieux dicton normand "p'ete ben qu'oui, p'ete ben qu'non" ?