Exercice 1 (La quantité conjuguée)
Vérifier les identités suivantes et déterminer leurs domaines de validité

$(a) : \alpha - \sqrt{\beta} = \dfrac{\alpha^2 - \beta}{\alpha + \sqrt{\beta}}$ $\quad (b) : \alpha + \sqrt{\beta} = \dfrac{\alpha^2 - \beta}{\alpha - \sqrt{\beta}}$

$(c) : \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \dfrac{\alpha - \beta}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}$ $\quad (d) : \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \dfrac{\alpha - \beta}{\alpha - \sqrt{\beta}}$

Exercice 2 (Résolution d'équations)
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(a) : x - 2 = \sqrt{x}$ $\quad (b) : x^4 - x^2 - 1 = 0$ $\quad (c) : x - 2 + \dfrac{1}{3-x} = 0$

Exercice 3 (Equations à un paramètre)
Résoudre dans $\mathbb{R}$ en fonction de m les équations suivantes :
a) $m^2x + 1 = m^2 - mx$ b) $x^2 + (1-3m)x + 2(m - m^2) = 0$

Exercice 4 (C'est qu'il en redemande des équations à un paramètre :-))
Soit k un réel strictement positif. Discuter suivant les valeurs de k, le nombre de solutions de l'équation $e^{2x} - e^x = k - 1$

Exercice 5 (Systèmes d'équations)
Résoudre les systèmes suivants (le (C) en fonction de m) :

$(A) : \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ xy = -2. \end{cases}$ $\quad (B) : \begin{cases} e^x + e^y = \dfrac{7}{2} \\ e^{x+y} = \dfrac{5}{2}. \end{cases}$ $\quad (C) : \begin{cases} mx - y = 1 \\ m^2x + 2y = 2. \end{cases}$

Exercice 6 (Un exercice limite)
Déterminer les limites suivantes :

$(a) : \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2 + x}{4x^2 + 1}$ $\quad (b) : \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x+3}$ $\quad (c) : \lim\limits_{x\to+\infty} \left(e^x + e^{-2x} + \dfrac{2x+1}{3x+2}\right)$

$(d) : \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1} + 2}$ $\quad (e) : \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{x^2+2}{\sqrt{x^5+1}}$ $\quad (f) : \lim\limits_{n\to-\infty} \dfrac{(2x+1)^2 - (2x-1)^2}{\sqrt{x^2+x+1}}$

Exercice 7 (Limité, peut-être, conjugué, surement)
A l'aide de l'exercice 1, déterminer les limites suivantes :

$(a) : \lim\limits_{x\to+\infty} \left(3x - \sqrt{x^2+1}\right)$ $\quad (b) : \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt{x^2+2x+1}\right)$

Exercice 8 (Asymptotes)
Déterminer l'asymptote en $+\infty$ de $\mathcal{C}_f$ où f est définie par $f(x) = x + 2 - \sqrt{x+1}$.
Dresser le tableau de variation de f puis construire sa représentation graphique.

Exercice 9 (Une nouvelle méthode pour obtenir des inégalités)
Démontrer les inégalités suivantes :

$(a) : \forall x \geqslant 1, \quad \ln x \leqslant x - 1$ $\quad (b) : \forall x \geqslant 0, \quad e^x \geqslant 1 + x$

Exercice 10 (Au secours, on dérive)
Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

a) $\exp(4x^3 - 3x)$ b) $\ln(3 + x^4)$ c) $\sqrt{e^{2x} - \ln x}$ d) $\dfrac{3e^{3x} + 2e^x}{e - e^x}$ e) $x^2 \ln(1 + \dfrac{1}{x^2})$

Exercice 11 (On n'a quand même pas envie de prendre la tangente ? :-))
Déterminer la tangente (D) au point d'asbcisse 1 de la fonction $f(x) = \sqrt{x+3}$ puis étudier la position relative de la tangente (D) par rapport à $\mathcal{C}_f$.

Exercice 12 (On fait le tour de la fonction ?)
On considère la fonction $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$.

1. Déterminer soigneusement son domaine de définition
2. Variation de f.
   (a) Calculer f' puis écrire f' sous la forme d'une fraction.
   (b) Déterminer le signe de $f'(x)$ lorsque x est positif (et appartient à $\mathcal{D}_f$).
   (c) A l'aide de l'exercice 1, déterminer le signe de $f'(x)$ lorsque x est positif (et appartient à $\mathcal{D}_f$)
   (d) Dresser le tableau de variations de f.
3. Détermination des asymptotes :
   (a) Calculer $a = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis à l'aide de l'exercice 1, déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - ax)$. En déduire l'asymptote à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$.
   (b) Refaire la question précédente en remplaçant $+\infty$ par $-\infty$.
4. Déduire des questions précédentes une représentation graphique fidèle de $\mathcal{C}_f$

Exercice 13 (Tout, tout vous saurez tout sur la fonction)
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$

1. Etudier les variations de la fonctions f.
2. Déterminer l'asymptote à $\mathcal{C}_f$ en $-\infty$ ainsi que sa position relative.
3. En remarquant que $2x = \ln e^{2x}$, déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - 2x)$.
   En déduire l'asymptote à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ puis déterminer sa position relative.
4. Tracer la courbe associée dans un repère orthonormé