Exercice 1
Une urne contient 32 boules numérotés de 1 à 8 (chaque numéro apparaissant 4 fois, par exemple 4 boules portent le n°1, etc). On tire au hasard, sans remise, un échantillon de 5 boules. Quelle est la probabilté d'obtenir :

1. quatre boules portant le même numéro et une boule portant un autre numéro ?
2. trois boules portant le même n° et deux boules portant le même numéro (distinct du premier) ?
3. trois boules portant le même n° et deux boules portant deux numéros différents (et différent du premier) ?
4. deux boules portent le même numéro, deux autres boules portent le même numéro (bien entendu distinct du premier) et la dernière boule porte encore un autre numéro ?
5. deux boules portent le même numéro et les trois autres portant des numéros différents (et différents du premier) ?
6. cinq boules portant des numéros différents ?

Exercice 2
On dispose d'une urne contenant 20 boules dont 8 noires, 7 rouges et 5 blanches. On pioche au hasard et avec remise, cinq boules. Calculer la probabilité

1. de piocher que des boules d'une même couleur.
2. de piocher deux boules d'une couleur et trois boules d'une autre couleur.

Exercice 3
On réalise une suite de lancers d'une pièce équilibrée, chaque lancer amenant donc pile ou face.
On note P_k (resp. F_k) l'évènement : "on obtient pile (resp. face) au $k^{ème}$ lancer". Par exemple P_2 est l'évènement "on obtient pile au $2^{ème}$ lancer".

1. Exprimer à l'aide des ensembles P_k et F_k les évènements :
   (a) "on obtient pile pour la première fois au deuxième lancer"
   (b) "on obtient pile pour la première fois au troisième lancer"
   (c) "on obtient pile pour la première fois au $k^{ème}$ lancer"
2. On effectue 5 lancers. Exprimer à l'aide des ensembles P_k et F_k les évènements :
   (a) "on obtient 2 piles" (b) "on obtient 3 piles"
   (c) "face n'est jamais suivi de face"
3. Calculer les probabilités des évènements précédents.

Exercice 4
On lance n fois consécutives une pièce. La probabilté d'obtenir "face" est p $(\in]0;1[)$.
Calculer la probabilité qu'au cours des n lancers "face" ne soit jamais suivi de "face" lorsque a) $n = 3$ b) $n = 5$ c) $n \in \mathbb{N}^{\times}$.

Exercice 5
Un archer tire sur une cible située à 20 m et une cible située à 50 m. Il effectue trois tirs en changeant de cible à chaque fois. La probabilité d'atteindre la cible à 20 m (resp. 50 m) est p (resp. q) avec $q < p$. On suppose que les tirs indépendants. Il gagne le jeu s'il atteint deux cibles consécutivement.

1. Calculer la probabilité de gagner en commencer par la cible située à 20 m (resp. située à 50 m).
2. Par quelle cible a-t-il intérêt à commencer ?

Exercice 6
On considère une suite de lancers indépendants d'une pièce pour laquelle la probabilité d'obtenir "pile" est p et d'obtenir "face" est $q = 1-p$ $(p \in]0;1[)$. "pile" (resp. "face") sera noté P (resp. F). Soit A_n l'évènement "la séquence PF apparait pour la première fois aux lancers $(n-1)$ et n".
Calculer $P(A_n)$ lorsque (a) $n = 3$ (b) $n = 4$ (c) $n = 5$ (d) n quelconque.

Exercice 7
On lance un dé à quatre faces (numérotées de 1 à 4) n fois de suite.
On note p_n la probabilité que les quatres chiffres $(1, 2, 3, 4)$ apparaissent au moins une fois lors des n lancers.
Pour tout nombre entier $i \in \{1; ...; 4\}$, on pose $A_i = \{$le numéro i n'apparait pas durant l
Calculer $P(A_1 \bigcup A_2 \bigcup A_3 \bigcup A_4)$. En déduire que $p_n = \sum_{k=0}^{4} (-1)^k C_4^k (\frac{k}{4})^n$.
Calculer $\lim_{n\to+\infty} p_n$. Interpréter ce résultat.