Exercice 1
Expliciter le terme général des suites suivantes en fonction de l'indice.
(selon les cas, n, m, p, i, j, etc).

1. $\forall k \in \mathbb{N}^{\times}, \quad a_{k+1} = -2a_k$ avec $a_1 = 7$.
2. $\forall n \geqslant 2, \quad 2b_n = b_{n-1}$ avec $b_1 = 3$.
3. $\forall p \geqslant 0, \quad c_{p+1} - c_p = 3$ et $c_0 = 10$.
4. $\forall n \in \mathbb{N}^{\times}, \quad d_n = \dfrac{d_{n-1}}{3} + 4$ avec $d_0 = 1$.
5. $\forall i \in \mathbb{N}, \quad 4e_{i+1} + 1 = e_i$ avec $e_0 = 0$.
6. $\forall j \in \mathbb{N}, \quad 3f_{j+1} - 2f_j = 1$ avec $f_0 = 1$.
7. p est un réel différent de 0 et $\forall n \geqslant 0, \quad pg_{n+1} + (1-p)g_n = 1$ avec $g_0 = 0$.
8. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad 2h_{n+2} + h_{n+1} - h_n = 0$ avec $h_0 = h_1 = 1$.
9. $\forall r \in \mathbb{N}^{\times}, \quad 35k_{r+1} = 3k_r + 2k_{r-1}$ avec $k_0 = -3$ et $k_1 = 7$.
10. $\forall m \in \mathbb{N}^{\times}, \quad l_{m+1} = l_m + l_{m-1}$ avec $l_0 = 1$ et $l_1 = 2$.

Exercice 2
Soit u une suite vérifiant $\forall n \geqslant 0, \quad u_{n+1} = 2u_n + n$ et $u_0 = 1$.

1. Montrer qu'il existe un unique couple (a, b) de réels tel que la suite $w_n = an + b$ vérifie $w_{n+1} = 2w_n + n$.
2. Montrer que la suite $z_n = u_n + n + 1$ vérifie $z_{n+1} = 2z_n$.
3. En déduire l'expression de z_n en fonction de n puis celle de u_n.

Exercice 3
Soient α et β deux suites satisfaisant la relation

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} \alpha_{k+1} = 3\alpha_k + \beta_k \\ \beta_{k+1} = 2\alpha_k + 4\beta_k \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \alpha_0 = 2 \\ \beta_0 = -1 \end{cases}$$

On introduit deux suites auxiliaires z et t en posant $z_k = \alpha_k + \beta_k$ et $t_k = 2\alpha_k - \beta_k$.

1. Montrer que les deux suites z et t sont géométriques.
2. Donner l'expression de z_k et t_k en fonction de k, puis celle de α_k et β_k.

Exercice 4
Soit $(u_p)_{p \geqslant 0}$ une suite satisfaisant à la relation $\forall p \geqslant 0, \quad u_{p+1} = 2u_p + 5^p$.
Pour expliciter le terme général de cette suite, on pose $\forall p \in \mathbb{N}, \quad \alpha_p = \dfrac{u_p}{5^p}$.

1. Vérifier que $\forall p \in \mathbb{N}, \quad \alpha_{p+1} = \dfrac{2}{5}\alpha_p + \dfrac{1}{5}$.
2. En déduire l'expression de α_p en fonction de p puis celle de u_p.

Exercice 5
On considère deux suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telles que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - v_n \\ v_{n+1} = u_n + 4v_n \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ v_0 = -1 \end{cases}$$

1. On considère la suite p définie par $\forall n \in \mathbb{N}, \quad p_n = u_n + v_n$.
   Montrer que la suite $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique.
   En déduire l'expression de p_n en fonction de n.
2. A l'aide de la question précédente, montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_{n+1} = 3v_n + 3^n$.
3. Montrer que la suite $z_n = \dfrac{v_n}{3^n}$ est arithmétique.
   En déduire l'expression de z_n en fonction de n
4. Donner enfin l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

Exercice 6
Soit u une suite vérifiant $(E) : \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 5u_{n+1} + 4u_n = 6$.
On suppose en outre que $u_0 = u_1 = 0$

1. Montrer qu'il existe une unique suite constante α vérifiant la relation (E).
2. Justifier que la suite v définie par $\forall n \geqslant 0, \quad v_n = u_n - \alpha_n$ vérifie la relation de récurrence $(E') : v_{n+2} - 3v_{n+1} + 2v_n = 0$.
   En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis celle de u_n.

Exercice 7
On souhaite déterminer toutes les suites w_n vérifiant

$$(E) : \quad \forall n \geqslant 0, \quad w_{n+2} - 3w_{n+1} + 2w_n = 3$$

1. Montrer qu'il existe un, et un seul, couple de réels (a, b) tel que la suite $u_n = an + b$ satisfait à (E).
2. On considère la suite z définie par $\forall n \geqslant 0, \quad z_n = w_n - u_n$, où w est une suite satisfaisant à (E) et u est la suite définie à la question précédente.
   Montrer que $\forall n \geqslant 0, \quad z_{n+2} - 3z_{n+1} + 2z_n = 0$. En déduire la forme de la suite z puis celle de w.