ECOLE SUPERIEURE DE COMMERCE DE COMPIEGNE
CONCOURS D'ADMISSION 1986
Toutes options
MATHEMATIQUES II

PROBLEME I

Un circuit comporte cinq butoirs : A, B, C, D et E marqués respectivement de : 1, 2, 3, 4 et 5 points.
On lance une bikke dans le circuit.
La bille frappe au hasard un des butoirs A, B ou C.
Puis de A : elle frappe au hasard B, D ou E
de B : elle frappe au hasard D ou E
de C : elle frappe E
Enfin de D ou de E, la bille sort du circuit.
Une partie du circuit est constituée de trois lancers indépendants de la bille dans le circuit.
X, Y et Z sont les variables aléatoires réelles définies par
$X = k$ au cours d'une partie la bille a frappé k fois le butoir D, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$
Y_i est la somme des points obtenus pour le lancer numéro i de la bille, $i \in \{1, 2, 3\}$
Z est la somme des points obtenus au cours d'une partie.
La partie est gagnée si : $Z \geqslant 21$.
On pose : $G_X(u) = \sum\limits_{k=0}^{3} u^k.P(X = k)$, $u \in \mathbb{R}$.
G'_X et G''_X sont les dérivées premières et seconde de G_X.
(Toutes les probabilités seront présentées sous forme de fractions irréductibles).

PARTIE 1 :

Pour un lancer de bille :

1. Quelle est la probabilité pour que la bille frappe le butoir D ?
2. Quelle est la probabilité pour que la bille frappe le butoir E ?
3. Sachant que la bille a frappé le butoir D, quelle est la probabilité qu'elle ait frappé le butoir A ?

PARTIE 2 :

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Donner l'expression de F et sa courbe représentative (F est la fonction de répartition de X définie par : $F(x) = P(X \leqslant x), \quad x \in \mathbb{R}$)
3. Donner l'expression de $G_X(u)$.
4. Calculer $G'_X(1)$ et $G''_X(1)$ et en déduire l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$.

PARTIE 3 :

1. Déterminer la loi de probabilité de Y_i.
2. Calculer $E(Y_i)$ et $V(Y_i)$.
3. Déterminer la loi de probabilité de Z.
4. Calculer $E(Z)$ et $V(Z)$.
5. Quelle est la probabilité de gagner ?

PARTIE 4 :

On se propose de changer la marque du butoir C.
Quel nombre de points faut-il attribuer à C pour que $E(Y_i) = \dfrac{59}{9}$?

PROBLEME II

Le service économique d'une société financière a établi une étude statistique sur un échantillonnage de 1 000 dossiers.

Prêts en MF	[450,550[	[550,650[	[650,750[	[750,850[	[850,950[
Nombres de prêts	28	42	69	123	139
Prêts en MF	[950,1050[	[1050,1150[	[1150,1250[	[1250,1350[	[1350,1450[
Nombres de prêts	184	170	135	58	52

PARTIE 1.

1. Déterminer la médiane et la médiale de cette série statistique.
2. Construire la courbe de Gini.
3. Retrouver graphiquement la médiane et la médiale.
4. Calculer l'indice de concentration

PARTIE 2.

1. Montrer, en utilisant la feuille de papier gausso-arithmétique, que l'on peut approcher cette distribution par une loi normale et déterminer graphiquement les paramètres m et σ.
2. En fait, la société financière considère que le montant d'un prêt suit une loi normale de paramètres : $m = 90$ MF et $\sigma = 25$ MF.
   (a) Quelle est la probabilité pour que le montant d'un prêt soit au plus de 120 MF ?
   (b) Quelle est la probabilité pour que le montant d'un prêt soit strictement inférieur à 130 MF, sachant qu'il est au moins de 85 MF.

Insérer la tableau de loi normale réduite.