

1 Exercices

Exercice 1.1 Résoudre le système différentiel :

$$\begin{cases} x'' = x' + y' - y \\ y'' = x' + y' - x. \end{cases}$$

Exercice 1.2 Soit $(E) : x^2 y'' + xy' - y = \frac{x^2}{1-x^2}$.

1. Chercher les solutions de (E) développable en série entière.
2. Résoudre (E) .

Exercice 1.3 Considérons l'équation différentielle $(\mathcal{E}) : x^2 y'' + 4xy' + (2-x^2)y = 1$.

1. Chercher une solution développable en série entière. Donner le rayon de convergence de la série entière. Exprimer cette solution à l'aide des fonctions usuelles.
2. Résoudre l'équation (\mathcal{E}) .
3. Retrouver les résultats précédents en effectuant le changement de fonction inconnue : $z = x^2 y$.

2 Indications

Indication pour l'exercice 1.1 : Résoudre le système différentiel :

$$\begin{cases} x'' = x' + y' - y \\ y'' = x' + y' - x. \end{cases}$$

Indication pour l'exercice 1.2 : Soit $(E) : x^2 y'' + xy' - y = \frac{x^2}{1-x^2}$.

1. Chercher les solutions de (E) développable en série entière.
2. Résoudre (E) .

Indication pour l'exercice 1.3 : Considérons l'équation différentielle $(\mathcal{E}) : x^2 y'' + 4xy' + (2-x^2)y = 1$.

1. Chercher une solution développable en série entière. Donner le rayon de convergence de la série entière. Exprimer cette solution à l'aide des fonctions usuelles.
2. Résoudre l'équation (\mathcal{E}) .
3. Retrouver les résultats précédents en effectuant le changement de fonction inconnue : $z = x^2 y$.

3 Corrections

Correction de l'exercice 1.1 : Résoudre le système différentiel :

$$\begin{cases} x'' = x' + y' - y \\ y'' = x' + y' - x. \end{cases}$$

Correction de l'exercice 1.2 : Soit $(E) : x^2 y'' + xy' - y = \frac{x^2}{1-x^2}$.

1. Chercher les solutions de (E) développable en série entière.
2. Résoudre (E) .

Correction de l'exercice 1.3 : Considérons l'équation différentielle $(\mathcal{E}) : x^2 y'' + 4xy' + (2-x^2)y = 1$.

1. Chercher une solution développable en série entière. Donner le rayon de convergence de la série entière. Exprimer cette solution à l'aide des fonctions usuelles.
2. Résoudre l'équation (\mathcal{E}) .
3. Retrouver les résultats précédents en effectuant le changement de fonction inconnue : $z = x^2 y$.