

1 Exercices

Exercice 1.1 Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est $A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 5 \\ 14 & -11 & 10 \\ 7 & -6 & 6 \end{pmatrix}$

1. Montrer que la famille $\mathcal{B} = \{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (1, 1, 0), e_3 = (1, 1, 1)\}$ est une base de \mathbb{R}^3
2. Donner la matrice B de f dans la base \mathcal{B} .
3. Déterminer $\ker(f - \text{Id})$ et $\text{Im}(f - \text{Id})$

4. Montrer que A est semblable à la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 1.2 On considère les matrices A et B définies par $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Montrer que les matrices sont semblables sur \mathbb{R}

Exercice 1.3 Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^4 dont la matrice dans la base canonique est $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Montrer que la famille $\mathcal{B} = \{f_1 = (1, 0, 0, 0), f_2 = (1, 1, 0, 0), f_3 = (0, 0, 1, 0), f_4 = (0, 0, 1, 1)\}$ est une base de \mathbb{R}^4 .
2. Donner la matrice B de f dans la base \mathcal{B} .
3. Déterminer $\ker(f - \text{Id})$, $\ker(f - \text{Id})^2$, $\ker(f + \text{Id})$ et $\ker(f + \text{Id})^2$.

4. Montrer que A est semblable à la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

5. Calculer A^n lorsque $n \in \mathbb{N}$

Exercice 1.4 Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Montrer que la famille $\mathcal{B} = \{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (1, 1, 0), e_3 = (1, 1, 1)\}$ est une base de \mathbb{R}^3
2. Donner la matrice B de f dans la base \mathcal{B} .
3. Déterminer $\ker(f - \text{Id})$, $\ker(f - 2\text{Id})$, $\ker(f - 2\text{Id})^2$

4. Montrer que A est semblable à $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

2 Indications

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

3 Corrections

Indisponible actuellement (mais cela va venir)